

ПРОГРАММА

курса "Дискретная математика", механико-математический факультет МГУ, 4-й курс
7-й семестр, 2-й поток, 2003/2004 учебный год
(лектор – А.Б.Угольников)

1. Выборки, перестановки, сочетания, перестановки с повторениями, сочетания с повторениями. Биномиальные коэффициенты, их свойства, биномиальная теорема, полиномиальные коэффициенты, полиномиальная теорема.
2. Формулы обращения. Метод включений и исключений. Верхняя и нижняя оценки для числа элементов, не обладающих ни одним из свойств. Функция Мебиуса. Формула обращения Мебиуса. Перечисление двоичных циклических последовательностей. Частично упорядоченные множества, локально-конечные частично-упорядоченные множества, алгебра инцидентности $A(P)$ множества P , необходимые и достаточные условия существования обратных функций в $A(P)$. Дзета-функция множества P , функция Мебиуса множества P . Формула обращения Мебиуса для частично-упорядоченных множеств. Примеры.
3. Формальные степенные ряды, операции над степенными рядами и их свойства, кольцо формальных степенных рядов. Конечные поля. Порядок и характеристика поля. Свойства конечных полей. Поле $GF(p)$, p – простое. Неприводимые многочлены. Нумератор множества всех двоичных многочленов. Формула для числа неприводимых двоичных многочленов заданной степени. Существование неприводимых двоичных многочленов заданной степени. Асимптотическая формула для числа неприводимых двоичных многочленов заданной степени. Формула для числа приведенных неприводимых r -ичных многочленов заданной степени. Поле $GF(2^m)$ - поле двоичных многочленов степени не выше $m-1$. Построение поля $GF(2^m)$.
4. Производящие функции. Примеры применения метода производящих функций для решения комбинаторных задач. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Решение линейных рекуррентных соотношений. Числа Фибоначчи. Задача о расстановке скобок в неассоциативном произведении. Числа Каталана.
5. Теорема Рамсея (двухцветная раскраска). Верхние оценки для чисел $N(p, q, 2)$. Теорема Эрдеша о нижней оценке для чисел $N(p, r, 2)$. Теорема Рамсея (многоцветная раскраска). Теорема Шура об одноцветном решении уравнения: $x + y = z$. Теорема (Ферма для конечных полей) о существовании решения уравнения $x^m + y^m = z^m \pmod{p}$, p – простое.
6. Побуквенное (алфавитное) кодирование. Разделимые коды. Префиксные коды. Неравенство Крафта-Макмиллана для разделимых кодов. Условие существования разделимого кода с заданными длинами кодовых слов. Критерий взаимной однозначности алфавитного кодирования. Полные коды. Необходимые и достаточные условия для полных кодов.
7. Оптимальные коды. Свойства оптимальных двоичных кодов. Теорема редукции. Алгоритм Хаффмена построения оптимальных двоичных кодов. Полнота префиксного оптимального двоичного кода.
8. Коды с исправлением t ошибок. Граница сферической упаковки (верхняя оценка мощности максимального кода). Построение кодов, исправляющих t ошибок. Коды Хэмминга, их свойства. Алгоритм декодирования для кодов Хэмминга. Совершенные коды.
9. Линейные коды. Проверочные и порождающие матрицы линейных кодов. Параметры линейных кодов. Синдром. Необходимое и достаточное условия существования линейных кодов с заданным минимальным расстоянием. Алгоритм построения линейного кода, с заданным минимальным расстоянием. Граница Варшамова – Гильберта.
10. Двоичные коды БЧХ (коды Боуза-Чоудхури-Хоквингема). Построение кодов БЧХ, исправляющих t ошибок для любого натурального t , параметры кодов БЧХ. Алгоритм декодирования для кодов БЧХ, исправляющих двойные ошибки.