Локализация д. обеспеч-ся exp-ой, т.е.:

$$e^{-\frac{\omega x^2}{2h}} = e^{\frac{iS(x)}{h}}, \quad S = \frac{i\omega x^2}{2}$$

положит. опр-на; $S=0$ только при $x=0$

Т.о., $S = S_1 + iS_2$,

$$e^{\frac{iS}{h}} = e^{\frac{iS_1}{h}} \cdot \underline{e^{-\frac{S_2}{h}}}, \quad S_2 \geqslant 0, \quad S_2 = 0 \text{ при } x=0$$

// если взять $x>0$, то убыв. быстрее $\forall$ степ. h //

Итак, считаем, что:
1) $S(x)$ – комплексная
2) $\operatorname{Im} S \geqslant 0$
3) $\operatorname{Im} S = 0 \iff x = \mathring{x}$

Подставим выражения для Ψ и для E в наше ур-ие и восп-ся леммой, тогда (приравн. сл. и опр. коэфф-ты при одинак. степ-х h):

при h^0: $e^{\frac{iS(x)}{h}} \cdot H\left(x, \frac{\partial S}{\partial x}\right)\varphi_0 = e^{\frac{iS}{h}} E_0 \varphi_0$

при h^1: $e^{\frac{iS}{h}}\left(H\varphi_1 - i\left(\frac{\partial H}{\partial p}, \frac{\partial \varphi_0}{\partial x}\right) - \frac{i}{2}\operatorname{Sp}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial p^2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial p}\right)\psi_0\right) = e^{\frac{iS}{h}}\left(E_0\varphi_1 + E_1\varphi_0\right)$

(*)

$$e^{\frac{iS}{h}}\left(H\left(x, \frac{\partial S}{\partial x}\right) - E_0\right)\cancel{\psi_0} = 0 \quad \text{при } h^0 \qquad (1)$$

при h^1: $$e^{\frac{iS}{h}}\Bigg(\underbrace{\left(\frac{\partial H}{\partial p}, \frac{\partial \psi_0}{\partial x}\right) + \frac{1}{2}\operatorname{Sp}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial p^2}\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial p}\right)\varphi_0}_{(*)} - iE_1\varphi_0\Bigg) = 0 \qquad (2)$$

2 ур-ия с неизв-ми, к-ые мы х. найти.
Но это (1) нелин. ур-ие.