Будем искать реш. в таком виде (v). Подставим её в ур. Шр. (*) и найдём коэфф-ты разл-ия.

Здесь $S(x)$ — чисто мн мая.

Лемма (формула коммутации для вейлевских операторов).

Пусть $f(x,p) \longrightarrow \hat{f}$

$$\varphi(x)\, e^{\frac{iS(x)}{h}}$$

Тогда
$$\hat{f}\varphi e^{\frac{iS}{h}} = e^{\frac{iS}{h}}\Big(\underbrace{f\left(x, \frac{\partial S}{\partial x}\right)}\varphi - ih\underbrace{\left(\frac{\partial f}{\partial p}, \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)}_{\text{скал. произв.}} -$$

$$-\frac{ih}{2}\underset{\text{след}}{S_p}\Big(\underbrace{\frac{\partial^2 f}{\partial p^2}}_{n\times n \text{ матр}} \cdot \underbrace{\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}}_{n\times n \text{ матр}} + \underbrace{\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial p}}_{n\times n \text{ матр}}\Big)\varphi + \underbrace{O(h^2)}_{\text{мн-н}}\Big)$$

здесь: $p = \frac{\partial S}{\partial x}$

от ф-ций f, φ и S и их произв-ых (все ф-ции, умн-ся на ф-ции от h, не меньше 2-ой степ)

$$\hat{f}e^{\frac{iS}{h}}[\varphi] = e^{\frac{iS}{h}}[U\varphi]$$

с точ-ю до умн-ия на h^2, U — опер-р мн. (1-го пор.)

Док-во (индукцией по степ. мн-на от p).

Будем счит, что f — моном по p, а тогда

$f = a(x)\cdot p_j \longmapsto$ проверка явным дифф-ем

Как действ-т вейл-ий опер-р?

(34) $$\hat{f}\varphi e^{\frac{iS}{h}} = -ih\frac{\partial}{\partial x_j} a\left(\frac{x+y}{2}\right)\varphi(x)\, e^{\frac{iS(x)}{h}}\Big|_{y=x} =$$