

$\varphi_0(x) \in -\frac{1}{2h}(x, \Omega x) \leftarrow$ в координатах x

\exists ед. метр. Ω , канонич. спр-е, что $(x, \Omega^2 x) = \sum_{j=1}^n \omega_j^2 z_j^2$

$$\varphi_m(x) = \rho_m\left(\frac{x}{\sqrt{h}}\right) \in -\frac{1}{2h}(x, \Omega x)$$

где ρ_m - многоч. степени $M = m_1 + \dots + m_n$.

$$\hat{q}_j^* = (\omega_j(x e_j) - h(e_j, \nabla)).$$

рассм-м e_1, \dots, e_n -м. оси Ω^2 ; $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$

Рассм-м опер-ры \hat{q}_j^* , $j=1, \dots, n$

$$\hat{q}_j = (\omega_j z_j + h \frac{\partial}{\partial z_j}).$$

Оказывается, такие же комм-связи и в канон. спр-е:

$$\hat{q}_j^* \hat{q}_j = 2\hat{H}_j - h\omega_j$$

$$\hat{q}_j \hat{q}_j^* = 2\hat{H}_j + h\omega_j$$

$$[\hat{H}, \hat{q}_j^*] = h\omega_j \hat{q}_j^*$$

$$[\hat{H}, \hat{q}_j] = -h\omega_j \hat{q}_j$$

$$[\hat{q}_j, \hat{q}_j^*] = 2h\omega_j$$

Тогда $\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (h\omega_j + \hat{q}_j^* \hat{q}_j) \mapsto$ и
вычислять спектр.

Тогда если рассм-ть $\hat{f} \mapsto$ ал. Ли
относительно \hat{H} и \hat{q}_j ,
эта ал. порожд-ся с \hat{H} и \hat{q}_j
($2n+1$) операторов, а именно:

$$1, \hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n, \hat{p}_1, \dots, \hat{p}_n.$$

Докажем, что в ал. Ли всех надион-х (ал. Гейз):

$$[\hat{p}_j, 1] = [\hat{x}_j, 1] = 0$$

$$[\hat{p}_j, \hat{x}_j] = 0 \quad \forall j$$

$$[\hat{p}_j, \hat{x}_j] = -ih$$

Здесь опер-ры \hat{p}_j и \hat{x}_j унитарны, коммутируют при
разных j .