$(x, \Omega^2 x) = \sum_{j=1}^{n} \omega_j^2 \cdot z_j^2$, ω_j – собств. числа Ω^2.

Опер-р Лапласа никак не изм-ся (т.к. переход происх. при помощи ортогон-ных преобр-ий, а все ось не меняют),

тогда $\hat{H} = -\frac{h^2}{2} \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial z_j^2} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} \omega_j^2 z_j^2 = \sum_{j=1}^{n} \hat{H}_j$, где

$\hat{H}_j = -\frac{h^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial z_j} + \frac{1}{2} \omega_j^2 z_j^2$ ($\forall j$ $\hat{H}_j$ – опер-р одномер-го маятн. с одной переменной z_j)

Отсюда в ур-ии $\hat{H}\varphi = E\varphi$ м. разделить перем-ые $\Rightarrow$ **спектр опр-ра**: собств. ф-ции = произв. собств-х функций, собств. числа = сумма собств. чисел,

т.е. $\varphi(z) = \overset{1}{\varphi}(z_1) \ldots \overset{n}{\varphi}(z_n)$, где $\hat{H}_j \overset{j}{\varphi} = \lambda_j \overset{j}{\varphi}$

$\underbrace{E}_{\text{собств. число для } \varphi(z)} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j$ $\Longrightarrow$ устр-во спектра квант. маятн.:

Спектр сост. из чисел вида: $h\omega_j (m_j + \frac{1}{2})$, где $m_j = 0, 1, \ldots$

$\mapsto$ **полный энер-ий спектр** состоит из сумм, т.е.

$$\boxed{\mathcal{E}_\varphi = \{E = \sum_{j=1}^{n} h\omega_j (m_j + \tfrac{1}{2}), m_j = 0, 1, \ldots\}}$$

Соотв-ие **состояния** устроены так: $\boxed{\overset{j}{\varphi}_{m_j} = (\hat{a}_j^*)^{m_j} \cdot}$ $\boxed{\cdot e^{\frac{-\frac{1}{2}\omega_j z_j^2}{2h}}}$, где $\hat{a}_j^* = \left(\omega_j z_j - h\frac{\partial}{\partial z_j}\right)$,

тогда если рассм-ть собств ф-ции $\hat{H}$, то получим произв. собств-х ф-ий.

Рассм-м целочисл. в-р $m = (m_1, \ldots, m_n)$. Ему соотв-ет: **собств. число**: $E_m = \sum_{j=1}^{n} h\omega_j (m_j + \frac{1}{2})$

собств. ф-ция: $\varphi_m = (\hat{a}_1^*)^{m_1} \ldots (\hat{a}_n^*)^{m_n} \varphi_0(z)$, где

$\varphi_0(z) = e^{-\frac{1}{2h} \sum_{j=1}^{n} \omega_j z_j^2}$