

6.10.03₂Лекция 5

Если рассмотреть квант. систему, то дифф. опер. образуют бесконечн. лн. пр-во (умнож. алгебра; коммутат. - алгебра Ли). В рассм. канон. перемен. - лн. пр-во по \hat{x} и \hat{p} . Тогда \hat{x} - канон. ; $\hat{x} = 0$.

$$\hat{1} = 1$$

$$\hat{p} = -i\hbar \frac{d}{dx}$$

↔ операторы.

\hat{H}_0 - гамильтониан, построенный на опер. \hat{x} , \hat{p} . Опер. из этого набора порождают все наблюдаемые при помощи \hat{x} , $\hat{1}$, \hat{p} (как алгебра)

$$[\hat{x}, \hat{1}] = [\hat{p}, \hat{1}] = 0$$

$$[\hat{p}, \hat{x}] = -i\hbar \cdot 1$$

→ \hat{H}_0 - подалгебра Ли.
(\hat{H}_0 замкнуто отно к коммут.)

\hat{H}_0 с операцией коммутирования над-ся алгеброй Гейзенберга.

Рассм. и нашу квант. сист-му. Это алг. Гейзенберга,

$$\hat{a}^* \psi = \omega \hat{x} - \hbar \frac{d}{dx}$$

$$\hat{a}^* = \omega \hat{x} - i\hbar$$

$$\hat{a} = \omega \hat{x} + i\hbar$$

Вместо: $\hat{1}, \hat{x}, \hat{p}$ здесь берем $\hat{1}, \hat{a}, \hat{a}^*$ (⇒ алг. Гейзенб.)
В трёхмерн. пр-ве и добавим опер. \hat{H} → расши-
рение алг. Гейзенб. замкн. отно опер. и коммут. -ые
(это подалгебра Ли в алгебре всех наблюдаемых)
— 4-х мерное пр-во.

Анализ о-ра всех состояний.

Значение энергии.

Сравним с классич. сист-мой. В класс. сист-
энер. м. быть от 0 до $+\infty$. Т.е.,