Найдём собс. ч. м. Ω^2 (т.к. она симм., пол.опр, $n\times n$), то обозн: $\omega_1^2, .., \omega_n^2$ – соб. числа Ω^2, то $\lambda = \pm i\omega_j$.

Найдём собств. в-ры матр. A:

рассм-м собств. в-ры матр. Ω^2. Обозн. ч/з $e_1, .., e_n$ – главн. оси $(x, \Omega^2 x)$, т.е.

$$\Omega^2 e_j = \omega_j^2 e_j$$

Собств. в-ры A д.б. $2n$-мерные. Поэтому б. их искать в виде:

$$y_j = \begin{pmatrix} e_j \\ w_j \end{pmatrix}$$

Напишем рав-во: $Ay_j = \pm i\omega_j y_j$.

$$\begin{pmatrix} w_j \\ -\Omega^2 e_j \end{pmatrix} = \pm i\omega_j \begin{pmatrix} e_j \\ w_j \end{pmatrix}, \text{ тогда } \boxed{w_j = \pm i\omega_j e_j}$$

$$\begin{pmatrix} \pm i\omega_j e_j \\ -\omega_j^2 e_j \end{pmatrix} = \pm i\omega_j \begin{pmatrix} e_j \\ \pm i\omega_j e_j \end{pmatrix}$$

Итак, решение системы Гамильтона:

Общее решение такое:

$$\boxed{y = a_1 \begin{pmatrix} e_1 \\ i\omega_1 e_1 \end{pmatrix} e^{i\omega_1 t} + b_1 \begin{pmatrix} e_1 \\ -i\omega_1 e_1 \end{pmatrix} e^{-i\omega_1 t} + \ldots}$$

Здесь тоже равно 1 полож-ие равновесия (пр. ч. ур-ия прирав-ем к нулю $\Rightarrow$ полож. рав-ия), т.е.

$$\begin{cases} \dot{x} = p, \\ \dot{p} = -\Omega^2 x; \end{cases}, \text{ тогда } \begin{cases} \dot{x} = 0 \\ \dot{p} = 0 \end{cases} \text{ — пол. равнов.}$$

Отсюда: $\begin{cases} p = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ — полож. равн-ия ; $\omega_1, .., \omega_n$ – частоты маятника.