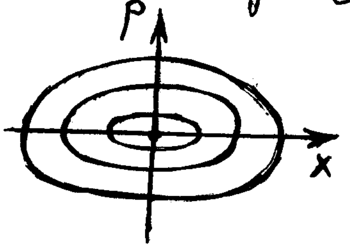
$$\begin{cases} x = A\cos\omega t + B\sin\omega t \\ p = -A\omega\sin\omega t + B\omega\cos\omega t \end{cases}$$ ← опред-ют траектории системы.

$\frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}\omega^2 x^2 = const$ — эллипсы на фазовой плоскости.



Одно положение равновесия:

$p=0,\ x=0$ — когда маятник просто висит

---

x - многомерно, т.е. $x=(x_1,\dots,x_n)$, а $p=(p_1,\dots,p_n)$

$$H = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{2} p_j^2 + \frac{1}{2}\underbrace{(x, \Omega^2 x)}_{\text{квадратич. форма по перем-ным } x}$$

Ω^2 ← симм-ая положит. опр. $n\times n$ матрица в $\mathbb{R}^n$

$$\begin{cases} \dot{x} = p \\ \dot{p} = -\Omega^2 x \end{cases}$$ ← система ОДУ, линейная, поэтому решение:

$y \in \mathbb{R}^{2n}$, $y := (x_1,\dots,x_n,p_1,\dots,p_n)$ ← обозначим, тогда

$\dot{y} = Ay$, где $A = \begin{pmatrix} 0 & E \\ -\Omega^2 & 0 \end{pmatrix}$ — блочная матрица

$E = n\times n$

$-\Omega^2 = n\times n$

Как устр. соб. числа и собств. в-ры матрицы A? $\Rightarrow$ решение.

Итак, $\det(A-\lambda E)=0$. $A-\lambda E = \begin{pmatrix} -\lambda E & E \\ -\Omega^2 & -\lambda E \end{pmatrix}$,

т.к. E коммутир. со всеми ост-ми $(-\lambda E; -\Omega^2)$, то

$\det(A-\lambda E) = \det(\lambda^2 E + \Omega^2) = 0 \;\Longrightarrow\; \boxed{\lambda \text{ — соб. число } A \Leftrightarrow -\lambda^2 \text{ — соб. ч. } \Omega^2}$