

Одномерный квантовый маятник

Состояние: функции одн. перем., квадратич. беск. дифф-ые
ф-ые со вс. произв-ми.

\hat{H} — задаёт полную энергию в этой системе.

так
определим

$$\hat{H} = \left(\frac{1}{2} p^2 + \frac{\omega^2}{2} x^2 \right)^\wedge = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{\omega^2}{2} x^2 \leftarrow \begin{array}{l} \text{опер.} \\ \text{Гамиль.} \\ \text{квант. системы.} \end{array}$$

Рассм-м урне $\hat{H}\psi = E\psi$. При каких знач-ях параметра E реш-ия этого урне квадратич. беск. дифф-ые со вс. произв-ми.

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2} \psi'' + \frac{\omega^2 x^2}{2} \psi = E\psi} \quad \text{— лин. дифф. ур.} \quad (v)$$

Квадратич. дифф-ые функции \Rightarrow при $\forall E$ им-е 2 лин. независ. реш-ия. Но тогда ост-сь выбрать такие E , при к-ых х.о. реш-ие квадратич. беск. дифф-ое решение.

Факт: если им-е квадратич. беск. дифф-ое реш-ие со вс. произв-ми, то тогда при $x \rightarrow \infty$ оно убыв. быстрее \forall степени x .

Док-во: если всё так, реш-ие, то из урне вид-но, что $\psi = O\left(\frac{1}{x^2}\right) \leftarrow$ достат. такой оцен-ки.
(из (v))

При каких E урне (v) им-е огранич. реш-ие?
 \hat{H} одн. некот. алгеб-ры св-ми.
Расс-м:

Опр: Операторы рождения и уничтожения $(\hat{a}, \hat{a}^\dagger)$