$$\boxed{\hat{p}\hat{F} = \widehat{pF} - \frac{i\hbar}{2}\widehat{\frac{\partial F}{\partial x}}} \quad (v)$$

$$\hat{F}u = \sum_{k=0}^{N}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)^{k} F_k\left(\frac{x+y}{2}\right)u(x)\Big|_{y=x}$$

$$\hat{p}\hat{F}u(x) = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\left(\sum_{k=0}^{N}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)^{k} F_k\left(\frac{x+y}{2}\right)u(x)\right)\Big|_{y=x} =$$

$$= \left[\sum_{k=0}^{N}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)^{k} F_k\left(\frac{x+y}{2}\right)u(x)\right]\Big|_{y=x} - \frac{i\hbar}{2}\sum_{k=0}^{N}\left(-i\hbar\cdot\frac{\partial}{\partial x}\right)^{k}\frac{\partial F_k}{\partial x}\left(\frac{x+y}{2}\right)u(x)\Big|_{y=x}$$, ч.т.д.

Наоборот: $\boxed{\hat{F}\hat{p} = \widehat{pF} + \frac{i\hbar}{2}\widehat{\frac{\partial F}{\partial x}}}$ ← аналогично проверяется непоср. дифф-ем.

(1) и (2) док-ся **по индукции** по суммарной степени двух мн-нов **m**.

Если **m = 1**, то док-ся однокр. дифф-ем.

Далее: пусть при $M$ верно.

Док. при $M+1$, т.е. $\deg f + \deg g = M+1$.

Пусть $\underline{\deg f \neq 0}$, тогда

(для одного из мн-нов — умн-ие на ф-цию — рав-ва (1) и (2) тоже очев. установлены).

л. и пр.ч. (1) и (2) мн-ны по $f$, и по $g$. Достат. док. рав-ва для одночленов, т.е.

фио-ем, что $f$ и $g$ — одночлены и считаем, что $\deg f + \deg g = M+1$.

т.к. $f$ — одночл, то $f = p\cdot f_0$

$$\hat{f}\hat{g} = \widehat{p\cdot f_0}\,\hat{g} = \left(\hat{p}\hat{f_0} + \frac{i\hbar}{2}\widehat{\frac{\partial f_0}{\partial x}}\right)\hat{g} = \hat{p}\left(\hat{f_0}\hat{g}\right) + O(h) =$$

для меньш. степ.

$f_0$ им. степ. на ед. меньше, чем $f$, тогда ф-ла верна