$\{f,g\} = \frac{\partial f}{\partial p}\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial g}{\partial p}\frac{\partial f}{\partial x}$ 1) билин.
2) косо симм-ая ($\{f,g\} = -\{g,f\}$)
3) удовлетв-т тожд. Пуассона:
$\{\{f,g\},u\}$ + цикл. перест. $=0$

скобка Пуассона

Струк-ра в лин. пр-ве, где есть косая симм-ия и тожд. Пуассона наз-ся **Алгеброй Ли.**
Ещё им-ся алгебра коммут-ая с умножением.

Хотим всё выразить ч/з 2-форму: $\omega = dp \wedge dx$, т.е. у нас есть плоскость, на к-ой задана 2-ф-ма.

Каждой f (ф-ции) соотв-ет вект. поле $\sigma(f)$ т.о, что

$$\omega(\underbrace{\xi}_{\text{в-р в касат. пл-ти}}, \sigma(f)) = df(\xi)$$

Форма ω невырождена $\Longrightarrow$ однознач-ть в-ра σ.

$\sigma(f)$ наз-ся **гамильтоновым полем** ф-ции f.
В коорд-ах это поле выглядит так:

$$\omega(\xi,\sigma) = \xi_p \sigma_x - \xi_x \sigma_p$$

$$df(\xi) = -\frac{\partial f}{\partial p}\xi_p + \frac{\partial f}{\partial x}\xi_x$$

д. совпад. для $\forall$ в-ра ξ, тогда

$$\sigma(f) = \left(\frac{\partial f}{\partial p}, -\frac{\partial f}{\partial x}\right) \text{ т.к. } \sigma_x = -\frac{\partial f}{\partial p};\ -\sigma_p = \frac{\partial f}{\partial x}$$

Как переписать скобку Пуассона? это значение 2-формы ω на паре полей $\sigma(f)$ и $\sigma(g)$, т.е.

$$\{f,g\} = \omega(\sigma(f), \sigma(g))$$

Квант. система:

Если задано. пр-во ф-ций, то какие им-ся ар-ры?